C-DRN-N-UUBA

CS (Main) Exam : 2014

# सांख्यिकी

प्रश्न-पत्र—I

# STATISTICS

## Paper—I

निर्धारित समय : तीन घंटे
Time Allowed : Three Hours

अधिकतम अंक : 250
Maximum Marks : 250

### प्रश्न-पत्र के लिए विशिष्ट अनुदेश

कृपया प्रश्नों के उत्तर देने से पूर्व निम्नलिखित प्रत्येक अनुदेश को ध्यानपूर्वक पढ़ें :

इसमें आठ प्रश्न हैं जो दो खण्डों में विभाजित हैं तथा हिन्दी और अंग्रेजी दोनों में छपे हैं।

परीक्षार्थी को कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

प्रश्न संख्या 1 और 5 अनिवार्य हैं तथा बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम एक प्रश्न चुनकर किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्रत्येक प्रश्न/भाग के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

प्रश्नों के उत्तर उसी माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू०सी०ए०) पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए, तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए।

जब तक उल्लिखित न हो, संकेत तथा शब्दावली प्रचलित मानक अर्थों में प्रयुक्त हैं।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी। यदि काटा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशतः दिया गया हो। उत्तर-पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए।

### QUESTION PAPER SPECIFIC INSTRUCTIONS

***Please read each of the following instructions carefully before attempting questions :***

*There are **EIGHT** questions divided in **Two Sections** and printed both in **HINDI** and in **ENGLISH**.*

*Candidate has to attempt **FIVE** questions in all.*

*Question Nos. 1 and 5 are compulsory and out of the remaining, **THREE** are to be attempted choosing at least **ONE** from each section.*

*The number of marks carried by a question/part is indicated against it.*

*Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in a medium other than the authorized one.*

*Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.*

*Unless and otherwise indicated, symbols and notations carry their usual standard meaning.*

*Attempts of questions shall be counted in chronological order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the answer book must be clearly struck off.*



www.examrace.com

## खण्ड—अ

## SECTION—A

Q. 1(a) यदि घटनाओं A और B के लिए, $P(A) > 0$ और $P(B) > 0$ हो, तो दर्शाइए कि $P(A \mid B) > P(A)$, यदि और केवल यदि $P(B \mid A) > P(B)$. इसी प्रकार, $P(A \mid B) < P(A)$ यदि और केवल यदि $P(B \mid A) < P(B)$.

If for the events A and B, $P(A) > 0$ and $P(B) > 0$ then show that $P(A \mid B) > P(A)$, if and only if $P(B \mid A) > P(B)$. Likewise, $P(A \mid B) < P(A)$, if and only if $P(B \mid A) < P(B)$. 10

Q. 1(b) तीन अंक 1, 2 और 3 यादृच्छिक क्रम में लिखे हुए हैं। इस बात की प्रायिकता क्या है कि कम से कम एक अंक अपने उचित स्थान पर होगा ?

Three digits 1, 2 and 3 are written down in random order. What is the probability that at least one digit will occupy its proper place ? 10

Q. 1(c) यदि $N(\mu, 4)$ से एक प्रेक्षित प्रतिदर्श –5, 0, 2, 15 हो, तो $\mu$ के लिए एक 95% विश्वास्यता अंतराल बनाइए।

Construct a 95% confidence interval for $\mu$ in $N(\mu, 4)$ from the following observed sample : –5, 0, 2, 15. 10

Q. 1(d) मान लीजिए कि $X_1$ और $X_2$ स्वतंत्र समान बंटन (आई आई डी) के यादृच्छिक चर हों, जिनका प्रायिकता घनत्व फलन

$$f(x;\theta) = \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{x}{\theta}\right), \; x \geq 0, \; \theta > 0$$

$$= 0, \text{ अन्यथा}$$

यदि $U_1 = 0.6\, X_1 + 0.4\, X_2$ और $U_2 = X_1 + X_2$, निर्णय लीजिए कि $U_1$ एवं $U_2$ में से कौनसा एक $\theta$ के लिए पर्याप्त प्रतिदर्शज है।

यदि $h(u_2) = E(U_1 \mid u_2)$, तो दर्शाइए कि $h(u_2)$ का प्रसरण $U_1$ के प्रसरण से छोटा होगा।

Let $X_1$ and $X_2$ be i.i.d. random variables and each has probability density function

$$f(x;\theta) = \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{x}{\theta}\right), \; x \geq 0, \; \theta > 0$$

$$= 0, \text{ otherwise.}$$

If $U_1 = 0.6\, X_1 + 0.4\, X_2$ and $U_2 = X_1 + X_2$, decide which one of $U_1$ and $U_2$ are sufficient statistics for $\theta$.

If $h(u_2) = E(U_1 \mid u_2)$, then show that it has smaller variance compared to $\text{Var}(U_1)$. 10



www.examrace.com

Q. 1(e) एक पर्यटक सैरगाह पर अनेक देशों से पर्यटक आते हैं। सैरगाह के प्रचालक के पास जनवरी, 2014 के महीने में निम्नलिखित आंकड़े हैं :

| देश | यूएसए | यूके | कनाडा | इटली | जर्मनी | फ्रांस | जापान |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **पर्यटकों की संख्या** | 22 | 12 | 18 | 10 | 20 | 18 | 30 |

सैरगाह प्रचालक की परिकल्पना है कि किसी भी वर्ष की जनवरी में आने वाले पर्यटकों का अनुपात 2 : 1 : 2 : 1 : 2 : 2 : 3 है। इस परिकल्पना को 5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिए। (प्रदत्त $\chi^2_{6;\,0.05} = 12.59$)

A tourist resort is visited by tourists from many countries. The resort operator has the following data in the month of January, 2014 :

| **Country** | USA | UK | Canada | Italy | Germany | France | Japan |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **No. of tourists** | 22 | 12 | 18 | 10 | 20 | 18 | 30 |

The resort operator has a hypothesis that the proportion of tourists visiting in the month of January of any year is 2 : 1 : 2 : 1 : 2 : 2 : 3. Test this hypothesis at 5% level of significance (Given $\chi^2_{6;\,0.05} = 12.59$). 10

Q. 2(a) यदि एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता घनत्व फलन

$$f_X(x) = 630x^4(1-x)^4, \quad 0 < x < 1,$$
$$= 0, \text{ अन्यथा}$$

हो तो इस बात की प्रायिकता मालूम कीजिए कि X माध्य और दो मानक विचलनों ($\mu \pm 2\sigma$) के बीच होगा और इसकी तुलना चेबिचेव असमता द्वारा प्राप्त निम्न परिबंध से भी कीजिए।

The probability density function of a random variable X is given by

$$f_X(x) = 630x^4(1-x)^4 \text{ for } 0 < x < 1,$$
$$= 0, \text{ otherwise.}$$

Find the probability that X will take on a value within two standard deviations of the mean ($\mu \pm 2\sigma$) and compare it with the lower bound provided by the Chebychev's Inequality. 20

Q. 2(b) यादृच्छिक चर X जिसका प्रायिकता घनत्व फ़लन

$$f_X(x;\lambda) = e^{-x}\cdot\frac{x^\lambda}{\lambda!}, \quad x > 0$$
$$= 0, \text{ अन्यथा}$$

हो, तो दर्शाइए कि

$$P_r\{0 < X < 2(\lambda+1)\} > \frac{\lambda}{\lambda+1} \text{ होगा,}$$

जहाँ $\lambda \geq 0$ एक पूर्णांक है।



www.examrace.com

For a random variable X with probability density function

$$f_X(x;\lambda) = e^{-x} \cdot \frac{x^{\lambda}}{\lambda!} \text{ for } x > 0,$$

$$= 0, \text{ otherwise;}$$

where $\lambda \geq 0$ is an integer, show that

$$P_r\{0 < X < 2(\lambda+1)\} > \frac{\lambda}{\lambda+1}.$$ 15

Q. 2(c) एक पांसा (die) को 15 बार उछाला जाता है जिससे निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होते हैं :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| फलक मान | : | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| बारम्बारता | : | 0 | 1 | 4 | 0 | 4 | 6 |

डाई अनभिनत है अथवा नहीं है, की जांच करने के लिए कौल्मोगारोफ-स्मिरनौफ प्रतिदर्शज का इस्तेमाल कीजिए। (दिया है $D_{15;\,0.05} = 0.304$)

A die is rolled 15 times with the following results :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Face value | : | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Frequency | : | 0 | 1 | 4 | 0 | 4 | 6 |

Use Kolmogorov-Smirnov statistic to test whether the die is unbiased or not. (Given $D_{15;\,0.05} = 0.304$) 15

Q. 3(a) मान लीजिए कि एक ही समय में n मदों का परीक्षण किया जा रहा है और वह परीक्षण तब तक जारी रखा जाता है जब तक कि r मदें विफल न हो जांय। चरघातांकी विफलता बंटन की कल्पना करते हुए जिसका माध्य जीवनकाल θ हो, θ के लिए अधिकतम संभावित आकलक प्राप्त कीजिए और अतएव $P(X \geq t)$ को आकलित कीजिए। इसके साथ प्राचल θ के संबंध में फिशर अवगम (फिशर इंफोर्मेशन) प्राप्त कीजिए और दर्शाइए कि आकलक उपगामी प्रसामान्य है।

Suppose n items are put on test simultaneously and the test is continued until r items fail. Assuming an exponential failure distribution with mean life time θ, obtain the maximum likelihood estimator for θ and hence estimate $P(X \geq t)$. Also obtain the Fisher information about the parameter θ and show that the estimator is asymptotically normal. 20

Q. 3(b) मान लीजिए $X \sim N(\mu, 1)$ और μ का पूर्व बंटन $N(0, 1)$ है। वर्गित त्रुटि हानि फलन की कल्पना करते हुए, μ के लिए बेज आकलक प्राप्त कीजिए। इसके साथ बेज़ जोखिम भी प्राप्त कीजिए।

Let $X \sim N(\mu, 1)$ and the prior distribution of μ is $N(0, 1)$. Assuming squared error loss function, obtain the Bayes estimator for μ. Also obtain Bayes risk. 15

Q. 3(c) यादृच्छिक चरों के एक अनुक्रम की प्रायिकता में अभिसरण और वंटन में अभिसरण को परिभाषित कीजिए। दर्शाइए कि यदि $X_n$ का X में प्रायिकता में अभिसरण हो तो वंटन में भी होगा। क्या इसका विलोम भी सही है ?



www.examrace.com

Define convergence in probability and convergence in distribution of a sequence of random variables. Show that convergence of $X_n$ to X in probability implies convergence of $X_n$ to X in distribution. Is the converse also true ? 15

Q. 4(a) मान लीजिए $X_1, X_2, ........., X_n$ एक एकसमान वंटन $U(0, \theta)$ से प्राप्त एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। $H_0 : \theta = \theta_0, H_1 : \theta \neq \theta_0$ के परीक्षण के लिए आमाप $\alpha$ का एक एकसमानतः शक्ततम परीक्षण (UMP) परीक्षण प्राप्त कीजिए।

Let $X_1, X_2, ........., X_n$ be a random sample drawn from a uniform $U(0, \theta)$ distribution. Obtain a UMP test of size $\alpha$ for testing $H_0 : \theta = \theta_0$ against $H_1 : \theta \neq \theta_0$. 20

Q. 4(b) निम्नलिखित परिणामों को सिद्ध कीजिए :

(i) अनुक्रमिक प्रायिकता अनुपात परीक्षण (SPRT) हमेशा प्रायिकता एक के साथ समाप्त होता है।

(ii) SPRT में $Z = \log \frac{f(x|H_1)}{f(x|H_0)}$ जहाँ $P_r\{|Z| > 0 | H\} > 0$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$E_H \{e^{tS_N} [M(t)]^{-N}\} = 1 \text{ जबकि } S_N = \sum_{i=1}^{N} Z_i .$$

Prove the following results :

(i) A sequential probability ratio test (SPRT) always terminates with probability one.

(ii) For a SPRT with $Z = \log \frac{f(x|H_1)}{f(x|H_0)}$ such that $P_r\{|Z| > 0 | H\} > 0$, then prove that

$$E_H \{e^{tS_N} [M(t)]^{-N}\} = 1 \text{ when } S_N = \sum_{i=1}^{N} Z_i .$$ 15

Q. 4(c) X और Y का प्रायिकता फलन

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, x = 0(1) n;$$

$$P(Y = y) = \binom{y-1}{r-1} p^r (1-p)^{y-r}, y = r, r+1, .......$$

हो तो सिद्ध कीजिए $P[X \geq r] = P[Y \leq n]$.



www.examrace.com

Let the probability function of X and Y be

$$P(X=x)=\binom{n}{x}p^{x}(1-p)^{n-x}, x=0(1)n;$$

$$P(Y=y)=\binom{y-1}{r-1}p^{r}(1-p)^{y-r}, y=r, r+1, \ldots\ldots$$

Prove that $P[X \geq r] = P[Y \leq n]$. 15

**खण्ड—ब**

**SECTION—B**

Q. 5(a) यदि $Y_1, Y_2, Y_3$ तीन स्वतंत्र प्रेक्षणों की प्रत्याशाएं

$E(Y_1) = \beta_0 - \beta_1 + \beta_2$, $E(Y_2) = \beta_0 - 2\beta_2$,

$E(Y_3) = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2$ और $V(Y_i) = \sigma^2$, $i = 1, 2, 3$ के लिए

हों तो $\beta_0, \beta_1$ और $\beta_2$ के लिए न्यूनतम वर्ग आकलक प्राप्त कीजिए। क्या आप $\sigma^2$ का अनभिनत आकलक प्राप्त कर सकते हैं ? अपने दावे के पक्ष में दलीलें दीजिए।

Let $Y_1, Y_2, Y_3$ be three independent observations having expectations

$E(Y_1) = \beta_0 - \beta_1 + \beta_2$, $E(Y_2) = \beta_0 - 2\beta_2$,

$E(Y_3) = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2$ and $V(Y_i) = \sigma^2$ for $i = 1, 2, 3$.

Obtain least square estimates of $\beta_0$, $\beta_1$ and $\beta_2$. Can you obtain unbiased estimate of $\sigma^2$ ? Justify your claim. 10

Q. 5(b) यदि $\pi_1$ और $\pi_2$ दो द्विचर प्रसामान्य समष्टियों को निरूपित करते हों जहाँ $\pi_1 \sim N_2(\mu_1, \Sigma)$ और $\pi_2 \sim N_2(\mu_2, \Sigma)$, $\mu'_1 = [10, 15]$, $\mu_2 = [10, 25]$ और $\Sigma = \begin{pmatrix} 18 & 12 \\ 12 & 32 \end{pmatrix}$ हों, तो $\pi_1$ और $\pi_2$ के बीच महलोनोबिस दूरी का परिकलन कीजिए।

If $\pi_1$ and $\pi_2$ denote two bivariate normal populations where $\pi_1 \sim N_2(\mu_1, \Sigma)$ and $\pi_2 \sim N_2(\mu_2, \Sigma)$, $\mu'_1 = [10, 15]$, $\mu_2 = [10, 25]$ and $\Sigma = \begin{pmatrix} 18 & 12 \\ 12 & 32 \end{pmatrix}$. Compute the Mahalonobis distance between $\pi_1$ and $\pi_2$. 10

Q. 5(c) समष्टि आमाप 10 के लिए, दर्शाइए कि प्रतिस्थापन बिना सरल यादृच्छिक प्रतिचयन (SRS) में 5वें 'ड्रा' में विशिष्ट इकाई की प्राप्ति की प्रायिकता उतनी ही है जितनी कि पहले 'ड्रा' में प्राप्ति की प्रायिकता है।



www.examrace.com

For a population size 10, show that in SRS without replacement the probability of drawing a specified unit at $5^{th}$ draw is equal to the probability of drawing it at the first draw. 10

Q. 5(d) मान लीजिए कि 5 खंडकों में व्यवस्थित 4 उपचारों सहित एक यादृच्छिकीकृत खंडक अभिकल्पना (आर.बी.डी.) है। दर्शाइए कि आर.बी.डी. लांबिक है।

Consider a RBD with 4 treatments arranged in 5 blocks. Show that RBD is orthogonal. 10

Q. 5(e) यदि $X_1, X_2, X_3, X_4$ और $X_5$ एक स्वतंत्र और सर्वसमान बंटित यादृच्छिक सदिश हों, जिनके माध्य सदिश $\mu$ और सहप्रसरण आव्यूह $\Sigma$ हों, तो $Y = X_1 - X_2 + X_3 - X_4 + X_5$ का बंटन मालूम कीजिए।

Let $X_1, X_2, X_3, X_4$ and $X_5$ be independent and identically distributed random vectors with mean vector $\mu$ and covariance matrix $\Sigma$. Find the distribution of $Y = X_1 - X_2 + X_3 - X_4 + X_5$. 10

Q. 6(a) मान लीजिए $X \sim N_p(\mu, \Sigma)$, जहाँ

$$X = \begin{pmatrix} X^{(1)}_{q\times 1} \\ X^{(2)}_{p-q\times 1} \end{pmatrix}, \mu = \begin{pmatrix} \mu^{(1)}_{q\times 1} \\ \mu^{(2)}_{p-q\times 1} \end{pmatrix}, \Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}$$

तो $X^{(1)}$ के सप्रतिबंध बंटन को ज्ञात कीजिए यदि $X^{(2)} = x^{(2)}$ दिया हो।

Let $X \sim N_p(\mu, \Sigma)$, where

$$X = \begin{pmatrix} X^{(1)}_{q\times 1} \\ X^{(2)}_{p-q\times 1} \end{pmatrix}, \mu = \begin{pmatrix} \mu^{(1)}_{q\times 1} \\ \mu^{(2)}_{p-q\times 1} \end{pmatrix}, \Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}$$

Obtain the conditional distribution of $X^{(1)}$ given $X^{(2)} = x^{(2)}$. 20

Q. 6(b) मान लीजिए कि 11 गांवों में से 44 समूहों (गुच्छों) के एक प्रतिदर्श जिसमें गेहूँ बोया गया हो को लिया जाना है। 11 गांवों में से प्रत्येक से चार समूह (गुच्छे) चुने गए थे और प्रत्येक समूह (गुच्छे) में 8 क्रमागत सर्वेक्षण संख्याएं (क्षेत्र) हैं। यहाँ गांवों के बीच के कारण वर्ग योग (SS) 2000 है। गांवों के भीतर समूहों (गुच्छों) के बीच के कारण का SS 8250 है और कुल SS 30000 है तो एनोवा सारणी (ANOVA table) लिखिए।

Consider the area under wheat for a sample of 44 clusters selected from 11 different villages. Four clusters were selected from each of the 11 villages and each cluster consists of 8 consecutive survey numbers (fields). Here sum of squares (SS) due to between villages is 2000, SS due to between clusters within villages is 8250 and Total SS is 30000. Write the ANOVA table. 15



www.examrace.com

Q. 6(c) आमाप 5 की एक लैटिन वर्ग अभिकल्पना (एल.एस.डी.) बनाइए। इस एल.एस.डी. से एक स्तंभ निकाल दीजिए। सिद्ध कीजिए कि परिणामी डिज़ाइन, $v = b = 5$, $r = k = 4$ और $\lambda = 3$ प्राचलों सहित एक संतुलित अपूर्ण खंडक अभिकल्पना (बी.आई.बी.डी.) होगी।

Construct an LSD of size 5. Delete one column from this LSD. Prove that the resulting design is a symmetrical BIBD with parameters $v = b = 5$, $r = k = 4$ and $\lambda = 3$. 15

Q. 7(a) हौरविट्ज़-थाम्पसन (HT) के समष्टि माध्य आकलक का वर्णन कीजिए। दर्शाइए कि HT आकलक समष्टि माध्य का अनभिनत आकलक है।

Explain Horvitz-Thomson estimator of the population mean. Show that H-T estimator is unbiased estimator of population mean. Also obtain its variance. 20

Q. 7(b) होटलिंग $T^2$ को परिभाषित कीजिए। इसके अनुप्रयोगों में से किसी एक को बताइए।

एक द्विचर प्रसामान्य वंटन $N_2(\underline{\mu}, \Sigma)$ से आमाप 3 के एक यादृच्छिक प्रतिदर्श ने $\underline{\mu}$ और $\Sigma$ के निम्नलिखित अनभिनत आकलन दिए

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}, \; S = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$$

परिकल्पना $H_0 : \underline{\mu} = \underline{\mu}_0 = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}$ का परीक्षण करने के लिए $T^2$-प्रतिदर्शज का परिकलन कीजिए।

Define Hotelling $T^2$. State any one of its applications.

A random sample of size 3 from a bivariate normal $N_2(\underline{\mu}, \Sigma)$ distribution gave following unbiased estimates of $\underline{\mu}$ and $\Sigma$

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}, \; S = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$$

Compute $T^2$-statistic to test the hypothesis $H_0 : \underline{\mu} = \underline{\mu}_0 = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}$. 15

Q. 7(c) केवल उपयुक्त अन्योन्यक्रियाओं को चुनने के द्वारा, $2^7$ संकरित बहुउपादानी प्रयोग के एक मुख्य खण्ड का आमाप 8 के खण्ड का निर्माण कीजिए। सभी स्वतंत्र और व्यापकीकृत संकरित अन्योन्यक्रियाएं लिखिए। इसके उपरांत मुख्य खण्ड का इस्तेमाल करते हुए दो या अधिक खण्ड प्राप्त कीजिए।

Construct a key block of $2^7$ confounded factorial experiment into a block of size 8 by choosing suitable interactions only. Write all the independent and generalized confounded interactions. Further obtain two or more blocks using key block. 15



www.examrace.com

Q. 8(a) यदि प्राचल v = 11 = b, r = k = 5 और $\lambda = 2$ के साथ एक संतुलित अपूर्ण खंडक अभिकल्पना (BIBD) हो तो इस डिजाइन का c आव्यूह और इसका अशून्य आइगन मान प्राप्त कीजिए। अतएव,

$$v(\hat{t}_i - \hat{t}_m), i \neq m = 1, \ldots\ldots, 11.$$

ज्ञात कीजिए।

Consider a BIBD with parameters v = 11 = b, r = k = 5 and $\lambda$ = 2. Obtain c matrix of this design and its non-zero eigen value. Hence obtain

$$v(\hat{t}_i - \hat{t}_m), i \neq m = 1, \ldots\ldots, 11.$$

20

Q. 8(b) एक कालिज के 200 लड़कों और 100 लड़कियों ने एक परीक्षा दी। उनके द्वारा प्राप्त अंकों के माध्य और प्रसरण निम्नलिखित के अनुसार हैं :

| श्रेणी | छात्रों की संख्या $N_i$ | माध्य अंक $\bar{Y}_{N_i}$ | प्रसरण $\sigma^2_{N_i}$ |
|---|---|---|---|
| लड़के | 200 | 40 | 10 |
| लड़कियां | 100 | 50 | 20 |

आनुपातिक नियतन का इस्तेमाल करते हुए आमाप 30 का एक यादृच्छिक प्रतिदर्श आप किस प्रकार निकालेंगे ? अतएव समष्टि माध्य के आकलक का प्रसरण प्राप्त कीजिए।

200 boys and 100 girls of a college appeared in an examination. Means and variances of their scores are as given below :

| Category | No. of Students $N_i$ | Mean Marks $\bar{Y}_{N_i}$ | Variance $\sigma^2_{N_i}$ |
|---|---|---|---|
| Boys | 200 | 40 | 10 |
| Girls | 100 | 50 | 20 |

How will you draw a random sample of size 30 using proportional allocation ? Hence obtain the variance of the estimator of the population mean. 15

Q. 8(c) गौस-मार्कोव व्यवस्था $(Y, X\beta, \sigma^2 I)$ में एक न्यूनतम वर्ग आकलक :

$$X' \times \hat{\beta} = X'Y$$

के हल के द्वारा प्राप्त होता है।

(i) उपरोक्त कथन को सही सिद्ध कीजिए।

(ii) स्थापित कीजिए कि समीकरणों का उपरोक्त तंत्र हमेशा संगत होता है।

In the Gauss-Markov set up $(Y, X\beta, \sigma^2 I)$ a least square estimate is given by a solution of the system :

$$X' \times \hat{\beta} = X'Y$$

(i) Justify the above statement.

(ii) Establish that the above system of equations is always consistent. 15



www.examrace.com

CS (Main) Exam : ,2014

वियोज्य DETACHABLE

187

# सांख्यिकी (प्रश्नपत्र II)

# STATISTICS (Paper II)

| समय : तीन घण्टे<br>Time Allowed : Three Hours | अधिकतम अंक : 250<br>Maximum Marks : 250 |
| --- | --- |

## प्रश्नपत्र के लिए निर्देश

**उत्तर लिखना शुरू करने से पहले कृपया निम्न निर्देशों में से प्रत्येक को ध्यानपूर्वक पढ़ लीजिए ।**

आठ प्रश्नों को दो खंडों में बांटा गया है और हिन्दी तथा अंग्रेजी में छापा गया है ।

उम्मीदवार को कुल **पांच** प्रश्नों के उत्तर देने हैं ।

प्रश्न संख्या 1 एवं 5 अनिवार्य हैं, बाकी में से **तीन** का उत्तर प्रत्येक खंड से न्यूनतम **एक** प्रश्न लेते हुए करना है ।

प्रश्न/अंश के अंक उस के सामने दिये गए हैं ।

उत्तर उसी माध्यम में दिये जाने हैं जो एडमिशन सार्टिफिकेट में अनुमत है । उसका उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (QCA) बुकलेट में मुखपृष्ठ के निर्धारित स्थान पर करना जरूरी है । अनुमत माध्यम से भिन्न माध्यम में दिये उत्तरों पर कोई अंक नहीं दिया जाएगा ।

किसी प्रश्न का उत्तर देने के लिए जहां जरूरत हो, आंकड़े मान लें, उस को स्पष्ट अवश्य सूचित कर दें ।

अंकन/चित्र, जहां आवश्यक हो, प्रश्न का उत्तर देने की जगह पर ही अंकित किये जायें ।

सभी प्रश्नों को क्रमान्वय में गिना जायेगा । प्रश्न आंशिक रूप में किया गया, तो भी गिना जायेगा यदि उसे नहीं काट दिया गया हो । कोई खाली पन्ना या अंश यदि उत्तर पुस्तिका में छोड़ा गया है, उसे स्पष्टतः अवश्य काट दें ।

## QUESTION PAPER SPECIFIC INSTRUCTIONS

**Please read each of the following instructions carefully before attempting questions.**

There are EIGHT questions divided into two SECTIONS and printed both in HINDI and in ENGLISH.

Candidate has to attempt FIVE questions in all.

Question No. 1 and 5 are compulsory and out of the remaining, THREE are to be attempted choosing at least ONE from each section.

The number of marks carried by a question/part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in medium other than the authorized one.

Wherever any assumptions are made for answering a question, they must be clearly indicated.

Charts/Figures, wherever required, shall be drawn in the space provided for answering the question itself.

Attempts of questions shall be counted in chronological order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the answer book must be clearly struck off.



www.examrace.com

## खण्ड 'क'

1.(क) किसी 'क्यूसम' (CUSUM) नियंत्रण चार्ट का वर्णन कीजिए। इस चार्ट की तुलना श्यूहार्ट चार्ट के साथ उनके निष्पादन के संदर्भ में कीजिए। क्यूसम चार्टों में V-मास्क किस प्रकार उपयोगी होता है ? 10

1.(ख) मान लीजिए $\{X_n, n = 0, 1, 2, \ldots\}$ प्रारम्भिक प्रायिकता $q_a = \frac{2}{5}$, $q_b = \frac{1}{5}$, $q_c = \frac{2}{5}$ सहित सतह अवस्था $\{a, b, c\}$ पर एक मार्कोव शृंखला और एक-स्टेप ट्रांजीशन प्रायिकता आव्यूह $((p_{ij}))$ जो निम्नलिखित से दत्त है

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

अभिकलन कीजिये

(i) $P_r\left[X_1 = b, X_2 = b, X_3 = b, X_4 = a, X_5 = C \middle| X_0 = a\right]$.

(ii) $P_r\left[X_1 = b, X_2 = b, X_3 = a\right]$. 10

1.(ग) काल खण्ड-वर्जन के मामलें में घातीय बंटन के प्राचल के आकलन की विवेचना कीजिए। 10

1.(घ) एक एकल सर्वर पंक्ति प्रणाली के लिये, प्वायसां तरीके के अनुसार, 2 ग्राहक प्रति घंटे की दर से ग्राहकों का आगमन है। सेवा-समय, घातीय बंटन के अनुसार है जिसका औसत सेवा-समय प्रति ग्राहक 12 मिनट है। ग्राहकों की संख्या के लिए स्थायी अवस्था प्रायिकता बंटन $(p_n)$, $n$ ग्राहक के लिये नीचे दिया गया है :

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 और ऊपर |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_n$ | 0·08 | 0·1 | 0·4 | 0·2 | 0·2 | 0·02 | 0 |

ज्ञात कीजिए

(i) ग्राहकों की संभावित संख्या तंत्र में तथा पंक्ति में।

(ii) माध्य इन्तजार समय, इस तंत्र में तथा पंक्ति में। 10

1.(ङ) एक दो-व्यक्ति शून्य-योग खेल का वर्णन कीजिये तथा मिनी-मैक्स, मैक्स-मिन की व्याख्या कीजिये और खेल के निवल मानों को बताइये। 10

2.(क) गुणों के लिये अनुक्रमिक प्रतिचयन योजना की अवधारणा को समझाइये तथा निम्नलिखित परिकल्पना के परीक्षण के लिए एक आनुक्रमिक प्रतिचयन योजना के औसत प्रतिदर्श संख्या फलन को प्राप्त कीजिये :

$H_0 : \beta = \beta_0$, वैकल्पिक परिकल्पना के विरुद्ध

$H_1 : \beta = \beta_1$, घनत्व फलन $f(x, \beta)$ वाले एक समष्टि से लिये गये प्रतिदर्श में। 15

2.(ख) एक दो-व्यक्ति शून्य-योग खेल में किसी पल्याण-विन्दु (सैडल प्वाइंट) के अस्तित्व के लिये एक आवश्यक एवं पर्याप्त शर्त को बताइये तथा उसको सिद्ध कीजिए।

निम्नलिखित खेल के मान को प्राप्त कीजिए :

खिलाड़ी B

$$\text{खिलाड़ी A} \begin{bmatrix} 9 & 3 & 1 & 8 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 3 & 3 & 8 \\ 5 & 6 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

20



www.examrace.com

2.(ग) निम्नलिखित पारिभाषिक शब्दों की परिभाषा दीजिए एवं समझाइये :

(i) विश्वसनीयता फलन

(ii) श्रेणी तंत्र की विश्वसनीयता

(iii) समांतर तंत्र की विश्वसनीयता

एक घटक की माध्य आयु 100 घंटे है। यदि आप 200 घंटे माध्य आयु का एक समांतर निकाय बनाना चाहते हैं तो एक स्थिर जोखिम माडल को मानते हुए, कितने घटकों की आवश्यकता होगी ? 15

3.(क) एक (M/M/1) : (∞/FIFO) पंक्ति प्रणाली के लिए स्थायी अवस्था अन्तर समीकरण का सैट व्युत्पन्न कीजिए तथा इसी से प्रणाली के हल को प्राप्त कीजिए। एक सुपर बाजार में, ग्राहकों के पहुँचने की औसत दर प्रत्येक 30 मिनट में 5 है। कैश डेस्क पर ग्राहकों के खरीदारियों की सूचीबनाने तथा उनका परिकलन करने का औसत समय 4·5 मिनट है तथा यह समय चरघातांकीतः (एक्सपोनेंसियली) बंटित है।

(i) कैश डेस्क पर सेवा प्राप्त करने के लिए ग्राहक कितने समय तक इन्तजार करने की अपेक्षा रखेगा ?

(ii) कैशियर के काम करते,रहने की प्रायिकता क्या है ? 15

3.(ख) उन सिद्धान्तों की विवेचना कीजिए जिनपर नियंत्रण चार्ट आधारित होता है। सांख्यिकीय गुणता नियंत्रण में 3-$\sigma$ सीमाओं के प्रयोग के पीछे क्या अवधारणा है ?

हवाई जहाज़ के फ़िटिंग्स में धागों के पिच दूरी के मापों पर नियंत्रण को समान अन्तराल पर मापी गयी 5 लगातार इकाइयों से जांच किया जाता है। ऐसे 8 प्रतिदर्श नीचे दिये गये हैं।

(मानों को 0·0001 इंच की इकाइयों में दर्शाया गया है)

| प्रतिदर्श | 5 मदों के प्रत्येक पर प्रति घंटे पर मापन | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 |
| 2 | 41 | 41 | 45 | 42 | 41 |
| 3 | 40 | 40 | 43 | 42 | 40 |
| 4 | 42 | 43 | 43 | 42 | 45 |
| 5 | 42 | 44 | 47 | 47 | 45 |
| 6 | 39 | 46 | 45 | 42 | 41 |
| 7 | 46 | 44 | 41 | 40 | 45 |
| 8 | 40 | 45 | 43 | 40 | 39 |

$\overline{X}-R$ चार्ट का निर्माण कीजिए तथा प्रक्रम नियंत्रण पर टिप्पणी कीजिए। 20

3.(ग) सतत पुनर्भरण इकाई के साथ तात्क्षणिक प्रसंभाव्य मांग वाले मालसूची माडल की विवेचना कीजिए तथा अनुकूलतम मालसूची स्तर को प्राप्त करने के लिए शर्त को प्राप्त कीजिये। 15

4.(क) शब्द 'संवेदनशीलता विश्लेषण' से आप क्या समझते हैं ? $AX=b$ प्रतिबन्धों के समुच्चय के साथ एक रेखीय प्रोग्रामन समस्या में दिष्ट $b$ में संसाधन परिवर्तन के प्रभाव की विवेचना कीजिए।

निम्नलिखित समस्या

अधिकतमीकरण कीजिए $Z = -x_1 + 2x_2 - x_3$

बशर्ते कि
$$3x_1 + x_2 - x_3 \le 10$$
$$-x_1 + 4x_2 + x_3 \ge 6$$
$$x_2 + x_3 \le 4$$
$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

में $b_2$ घटक में असंतत् परिवर्तन के प्रभाव की विवेचना कीजिए ताकि वर्तमान अनुकूलतम हल की अनुकूलतमता बरकरार रहे। 20

4.(ख) शब्दों की व्याख्या कीजिए :

(i) स्वीकार गुणता स्तर (ii) LTPD (iii) उपोभोक्ता का जोखिम

(iv) उत्पादक का जोखिम (v) OC वक्र 10



www.examrace.com

4.(ग) मान लीजिये कि ग्राहक और बेचने वाले मानते हैं कि अगर किसी समूह (लाट) में 10% की खराब दर है तो ठीक है। प्रतिदर्श योजना ($N=20, n=5, c=1$) के लिए, अगर एक लाट (समूह), जिसमें 10% खराब हैं, के स्वीकार किए जाने की प्रायिकता प्राप्त कीजिए। अगर प्रतिदर्श योजना ($N=100, n=5, c=1$) हो, तो इसी तरह इसकी भी प्रायिकता निकालिए। इन दोनों में से कौन सी प्रतिदर्श योजना ज्यादा अच्छी प्रतीत होती है और क्यों ? 20

## खण्ड 'ख'

5.(क) मान लिया $\epsilon_t, \epsilon_{t+1}, \ldots$ और $\xi$ स्वतंत्र चर हैं, जिनका शून्य माध्य और एकक प्रसरण है। मान लिया $U_t = a\xi + \epsilon_t$, $-\infty < t < \infty$ तो दिखाइये कि (कोरिलोग्राम) क्रमिक सह सम्बन्ध

$$\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \frac{a^2}{1+a^2}$$ के साथ प्रक्रम अचल है। 10

5.(ख) परीक्षण प्राप्तांकों के प्रामाण्य का क्या तात्पर्य है ? आप प्रामाण्य का परिकलन किस प्रकार करेंगे ? साथ में विश्वसनीयता की संकल्पना के साथ उसकी तुलना कीजिए। 10

5.(ग) सूचकांक को परिभाषित कीजिए। इनके उपयोगों को तथा परिसीमाओं को बताइये। 10

5.(घ) वृद्धिघात वक्र द्वारा फिटिंग प्रवृत्ति के तरीके का वर्णन कीजिए। 10

5.(ङ) क्यों सकल जनन दर (GRR) तथा निवल जनन दर (NRR) उर्वरता के परिष्कृत माप समझे जाते हैं ?
यह मानते हुए कि मादा शिशुओं का कुल जन्म के साथ अनुपात 48·8 प्रतिशत है, निम्नलिखित डाटा के लिए, सकल जनन दर का अभिकलन कीजिए : 10

| आयु वर्ग | 16-20 | 21-25 | 26-30 | 31-35 | 36-40 | 41-45 | 46-50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| प्रति हजार महिला उर्वरता दर | 19 | 173 | 253 | 201 | 157 | 67 | 9 |

6.(क) निम्नलिखित जीवन सारिणी में खाली स्थानों की पूर्ति कीजिए : 20

| आयु (वर्षों में) | $l_x$ | $d_x$ | $q_x$ | $P_x$ | $L_x$ | $T_x$ | $E_x^{\circ}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 95000 | 500 | ? | ? | ? | 4850300 | ? |
| 5 | ? | 400 | ? | ? | ? | ? | ? |

6.(ख) नीचे सूचकांकों के दो सैट दिये गये हैं जिसमें एक का आधार 1960 है। और दूसरे का आधार 1970 है :

| वर्ष | 1960 | 1961 | 1966 | 1968 | 1970 | 1971 | 1972 | 1973 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| पुराना सूचकांक | 100 | 110 | 115 | 125 | 150 | ... | ... | ... |
| नया सूचकांक | ... | ... | ... | ... | 100 | 105 | 120 | 130 |

नये श्रेणी को पुराने श्रेणी में समबन्धन कीजिए इस प्रकार कि 1960 से सतत श्रेणी हो जाय। पुराने श्रेणी को भी नये श्रेणी में समबन्धन कीजिए कि 1960 से सतत श्रेणी हो जाय। 15



www.examrace.com

6.(ग) नीचे दो जिलों में मृत्यु से सम्बन्धित आँकड़े दिये गये हैं। दिये गये आँकड़ों के आधार पर, मानकीकृत मृत्युदरों का परिकलन कीजिए। अपने विचार व्यक्त कीजिए। 15

| उम्र परास | जनसंख्या (0 0) | | मृत्यु की संख्या (0 0) | | 1000 मानक का उम्र वंटन |
|---|---|---|---|---|---|
| | जिला A | जिला B | जिला A | जिला B | |
| 0-10 | 2000 | 1000 | 50 | 20 | 206 |
| 10-55 | 7000 | 3000 | 75 | 30 | 583 |
| 55 एवं अधिक | 1000 | 2000 | 25 | 40 | 211 |

7.(क) रैखिक युगपत् समीकरणों के निकाय के आकलन के लिए आप किस प्रकार निम्नलिखित आकलन विधियों का उपयोग करेंगे तथा क्यों ?

(i) अप्रत्यक्ष न्यूनतम वर्ग विधि (ILS)

(ii) द्वि-चरण न्यूनतम वर्ग विधि (2 SLS) 20

7.(ख) बुद्धि-लब्धि (आई. क्यू.) से आप क्या समझते हैं ? इसे मापने की कार्यविधि और परीक्षण बताइये। 15

7.(ग) किसी काल श्रेणी के ARIMA $(p, d, q)$ निरूपण को स्पष्ट कीजिए।

एक स्व-समाश्रयी योजना $X_{t+1} = aX_t + b + \epsilon_{t+1}$ के लिए, दिखाइये कि सह-संबन्ध चित्र $\gamma_k = a^k$ से दिया जाता है, जहाँ $k$ क्रमिक सह-सम्बन्ध के पद को दर्शाता है। साथ ही दिखाइये कि सह-सम्बन्ध चित्र $0 < a < 1$ के लिए घातीय रूप से घटता है। 15

8.(क) सूचकांकों के समय व्युत्क्रमण तथा कारक व्युत्क्रमण परीक्षणों को समझाइये। जाँच कीजिए कि क्या लैस्पेयरे तथा पाशे के सूचकांक इन परीक्षणों को सन्तुष्ट करते हैं। 15

8.(ख) स्थिर तथा अर्ध-स्थिर जनसंख्याओं से आप क्या समझते हैं ? स्थिर जनसंख्या सिद्धान्त के मूलभूत कल्पनाओं को बताते हुए, तीन बुनियादी समीकरणों को प्राप्त कीजिए, जो अंतरस्थ वृद्धिदर, जन्मदर तथा जनसंख्या के आयु बंटन के बारे में जानकारी प्रदान करता है। 20

8.(ग) निम्नलिखित शब्दों को समझाइये :

(i) योग्यता के एक फलन के रूप में, यौगिक स्कोर

(ii) शततमक स्कोर

(iii) जैड स्कोर (Z स्कोर)

बताइये कि परीक्षण स्कोरों के एक बारम्बारता सारिणी के रूप में दिये होने पर T-स्कोरों को कैसे प्राप्त किया जाता है। 15

## SECTION 'A'

1.(a) Describe a CUSUM control chart. Compare this chart with a Shewhart chart with respect to performance. How is a V-mask useful in CUSUM charts? 10

1.(b) Let $\{X_n, n = 0, 1, 2, \ldots\}$ be a Markov chain on the state space $\{a, b, c\}$ with initial probability values $q_a = \frac{2}{5}$, $q_b = \frac{1}{5}$, $q_c = \frac{2}{5}$ and one-step transition probability matrix $((p_{ij}))$ given by

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Compute

(i) $P_r\left[X_1 = b, X_2 = b, X_3 = b, X_4 = a, X_5 = C \middle| X_0 = a\right]$.

(ii) $P_r\left[X_1 = b, X_2 = b, X_3 = a\right]$. 10



www.examrace.com

1.(c) Discuss the estimation of the parameter of exponential distribution in case of time censoring. 10

1.(d) To a single server queuing system, the arrivals of customers are according to a Poisson process at the rate of 2 customers per hour. The service time has exponential distribution with mean service time of 12 minutes per customer. The steady state probability distribution $(p_n)$ for the number of customers $(n)$ is given below :

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 and above |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_n$ | 0·08 | 0·1 | 0·4 | 0·2 | 0·2 | 0·02 | 0 |

Compute

(i) the expected number of customers in the system and in the queue.

(ii) the mean waiting time in the system and in the queue. 10

1.(e) Describe a two-person zero-sum game and explain mini-max, max-min and net values of a game. 10

2.(a) Explain the concept of sequential sampling plan for attributes and obtain the average sampling number function of a sequential sampling plan for testing the hypothesis

$H_0 : \beta = \beta_0$ against the alternative hypothesis

$H_1 : \beta = \beta_1$ in sampling from a population with density function $f(x, \beta)$. 15

2.(b) State and prove the necessary and sufficient condition for the existence of a saddle point in a two-person zero-sum game.

Find the value of the game

Player B

$$\text{Player A} \begin{bmatrix} 9 & 3 & 1 & 8 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 3 & 3 & 8 \\ 5 & 6 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

20

2.(c) Define and explain the following terms :

(i) Reliability function

(ii) Reliability of a series system

(iii) Reliability of a parallel system

The mean life of a component is 100 hours. If you want to build a parallel system having a mean life of 200 hours, how many components would be required considering a constant hazard model ? 15

3.(a) For an (M/M/1) : (∞/FIFO) queuing system, derive the set of steady-state difference equations and hence find the solution of the system. In a supermarket, the average arrival rate of customers is 5 every 30 minutes. The average time it takes to list and calculate the customers purchases at the cash desk is 4·5 minutes and this time is exponentially distributed.

(i) How long will the customers expect to wait for service at the cash desk ?

(ii) What is the probability that the cashier is working ? 15

3.(b) Describe the principles on which a control chart is based. What is the concept behind the use of 3-$\sigma$ limits in statistical quality control ?

Control on measurements of pitch diameter of threads in aircraft fittings is checked with 5 successive items measured at regular intervals. 8 such samples are given below :



www.examrace.com

(Values are expressed in units of 0·0001 inch)

| Sample | Measurement on each item of 5 items per hour | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 |
| 2 | 41 | 41 | 45 | 42 | 41 |
| 3 | 40 | 40 | 43 | 42 | 40 |
| 4 | 42 | 43 | 43 | 42 | 45 |
| 5 | 42 | 44 | 47 | 47 | 45 |
| 6 | 39 | 46 | 45 | 42 | 41 |
| 7 | 46 | 44 | 41 | 40 | 45 |
| 8 | 40 | 45 | 43 | 40 | 39 |

Construct the $\overline{X}$ – R chart and comment on the process control. 20

3.(c) Discuss the inventory model with instantaneous stochastic demand with continuous replenishment unit and obtain the condition for finding the optimum inventory level. 15

4.(a) What do you understand by the term "Sensitivity Analysis" ? Discuss the effect of variation in the resource vector $b$ in the linear programming problem with set of constraints $AX = b$.

In the problem

$$\begin{aligned}
\text{Maximize} \quad & Z = -x_1 + 2x_2 - x_3 \\
\text{subject to} \quad & 3x_1 + x_2 - x_3 \leq 10 \\
& -x_1 + 4x_2 + x_3 \geq 6 \\
& x_2 + x_3 \leq 4 \\
& x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{aligned}$$

discuss the effect of discrete change in the component $b_2$ so as to maintain the optimality of the current optimum solution. 20

4.(b) Explain the terms

(i) Acceptance quality level (ii) LTPD (iii) Consumers' risk
(iv) Producers' risk (v) OC curve 10

4.(c) Suppose that the purchaser and the ender agree that a defective rate of 10% in a lot is satisfactory. For the sampling plan ($N = 20$, $n = 5$, $c = 1$), determine the probability that a lot with this per cent (i.e. 10%) defective, will be accepted. Also determine the said probability if the sampling plan happens to be $N = 100$, $n = 5$, $c = 1$. Which of these two sampling plans seems better and why ? 20

## SECTION 'B'

5.(a) Let $\epsilon_t$, $\epsilon_{t+1}$, ... and $\xi$ be independent variables with zero mean and unit variance. Considering $U_t = a\xi + \epsilon_t$, $-\infty < t < \infty$, show that the process is stationary with correlogram

$$\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \frac{a^2}{1+a^2}.$$ 10

5.(b) What is validity of Test Scores ? How you will calculate validity ? Also make comparison with the concept of reliability. 10

5.(c) Define index numbers. Discuss their uses and limitations. 10

5.(d) Describe a method of fitting trend by logistic curve. 10

5.(e) Why the gross reproduction rate (GRR) and net reproduction rate (NRR) are considered as refined measures of fertility ?

Assuming that the ratio of female babies to total birth is 48·8 per cent, compute the gross reproduction rate for the following data : 10

| Age group | 16-20 | 21-25 | 26-30 | 31-35 | 36-40 | 41-45 | 46-50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Fertility rate per thousand women | 19 | 173 | 253 | 201 | 157 | 67 | 9 |



www.examrace.com

6.(a) Fill in the blanks in a portion of the life table given below : 20

| Age in years | $l_x$ | $d_x$ | $q_x$ | $P_x$ | $L_x$ | $T_x$ | $\overset{\circ}{E}_x$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 95000 | 500 | ? | ? | ? | 4850300 | ? |
| 5 | ? | 400 | ? | ? | ? | ? | ? |

6.(b) Following are two sets of indices one with 1960 as base and the other as 1970 as base :

| Year | 1960 | 1961 | 1966 | 1968 | 1970 | 1971 | 1972 | 1973 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Index (Old) | 100 | 110 | 115 | 125 | 150 | ... | ... | ... |
| Index (New) | ... | ... | ... | ... | 100 | 105 | 120 | 130 |

Splice the new series to old series, so as to have a continuous series from 1960. Also splice the old series to new series so as to have a continuous series from 1960. 15

6.(c) Given below is the data regarding deaths in two districts. On the basis of the given data, calculate the standardised death rates. Give your comments. 15

| Age Range | Population (0 0) | | Number of deaths (0 0) | | Age Distribution of Standard 1000 |
|---|---|---|---|---|---|
| | District A | District B | District A | District B | |
| 0-10 | 2000 | 1000 | 50 | 20 | 206 |
| 10-55 | 7000 | 3000 | 75 | 30 | 583 |
| 55 and above | 1000 | 2000 | 25 | 40 | 211 |

7.(a) For estimating simultaneous linear system of equations, how would you use the following methods of estimation and why ?

(i) Indirect least squares (ILS) method.

(ii) Two-stage least squares (2 SLS) method. 20

7.(b) What is meant by intelligence quotient (I.Q.) ? Describe the procedure and tests for measuring it. 15

7.(c) Elucidate ARIMA $(p, d, q)$ representation of a time series.
For an autoregressive scheme $X_{t+1} = aX_t + b + \epsilon_{t+1}$ show that the correlogram is given by $\gamma_k = a^k$, where $k$ is the order of the serial correlation. Also, show that the correlogram is decreasing exponentially for $0 < a < 1$. 15

8.(a) Explain the time reversal and factor reversal tests of index numbers. Examine whether Laspeyre's and Paasche's index numbers satisfy these tests. 15

8.(b) What do you mean by stable and quasi-stable populations ? Stating the basic assumptions of stable population theory, derive three basic equations which provide information about the intrinsic growth rate, birth rate and age distribution of the population. 20

8.(c) Explain the terms

(i) summation score as a function of ability

(ii) percentile scores

(iii) Z-score.

Describe how T-scores are to be found when we are given test scores in the form of a frequency table. 15



www.examrace.com